Tentamen Calculus 1, 31 januari 2007, 8:30–11:30

Schrijf op elk in te leveren blad je naam, en op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Alle (negen) opgaven tellen even zwaar. Het gebruik van boek(en), aantekeningen of een grafische rekenmachine is bij dit tentamen niet toegestaan.

(1) Gegeven is de functie $f(x) = x^2 \cosh(x)$ en een even getal $2m > 0$. Bewijs met volledige inductie, dat de $2m$-de afgeleide van f gelijk is aan

$$(x^2 + 4m^2 - 2m)\cosh(x) + 4mx\sinh(x).$$

(2) Toon met de ϵ - δ definitie van 'limiet' aan, dat $f(x) = 1/(x^2 + 1)$ continu is in $x = 0$.

(3) Leg uit dat als $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ een oneven, differentieerbare functie is, dan is de afgeleide f' een even functie.

(4) Bepaal $\lim\limits_{x\to\infty} \sqrt{x^2 + x + 1} - x$.

(5) Vind alle x waarin de functie $f(x) = 2\sqrt{x^2 + x + 1} - x$ een locaal maximum of minimum heeft.

(6) Geef een primitieve van $\sin^2 x \cdot \tan x$.

(7) Bereken $\displaystyle\int_1^2 \frac{2x^2 - 1}{x^3 + x^2}\, dx$.

(8) Bereken een oplossing $y(x)$ van $(x^2 + 1)y' = 2x(y^2 + 1)$.

(9) Voor $0 \le x < \infty$ wentelen we de grafiek van de functie $f(x) = e^{-x}$ om de x-as. Wat is de oppervlakte van de zo ontstane figuur?